Stochastyczne dyskretne kryształy czasu: produkcja entropii i synchronizacja subharmoniczna

Lukas Oberreiter ,1 Udo Seifert ,1 i Andre C. Barato2 II. Institut für
[1]Theoretische Physik, Universität Stuttgart, 70550 Stuttgart, Niemcy Wydział Fizyki, Uniwersytet
[2]w Houston, Houston, Teksas 77204, USA

(Otrzymano 17 lutego 2020 r.; poprawiono 24 czerwca 2020 r.; zaakceptowano 22 grudnia 2020 r.; opublikowano 15 stycznia 2021 r.)

Kryształy czasu dyskretnego to układy napędzane okresowo, które wykazują spontaniczne łamanie symetrii niezmienność ć przesunięcia w czasie w postaci nieokreś lonych oscylacji subharmonicznych. Przedstawiamy termo-dynamicznie spójny model dyskretnego kryształu czasu i analizować go w ramach termodynamiki stochastycznej. W szczególnoś ci oceniamy szybkoś ć rozpraszania energii tego wielociałowego układu oddziałujących hałaś liwych oscylatorów subharmonicznych w kontakcie z łaź nią cieplną Model pola ś redniego przedstawia zjawisko synchronizacji subharmonicznej, które odpowiada zbiorowym oscylacjom subharmonicznym poszczególnych jednostek. Model 2D nie wykazuje synchronizacji, ale pokazuje fazę krystaliczną w czasie, która charakteryzuje się zachowaniem prawa potęgowego liczby spójnych oscylacji subharmonicznych w zależ noś ci od rozmiaru systemu. Wynik ten pokazuje, ż e pojawienie się spójnych oscylacji jest moż liwe nawet przy braku synchronizacji.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.126.020603

Kryształy czasu [1,2] to faza materii zaproponowana po raz pierwszy przez Shapere'a i Wilczka [3,4]. Są to zamknięte układy równowagi z niezależ nym od czasu hamiltonianem, które wykazują oscylacje w czasie, co odpowiada spontanicznemu złamaniu symetrii translacji czasu. Nazwę wybrano analogicznie do kryształów, które wykazują samoistne łamanie symetrii przestrzennej symetrii translacyjnej w wyniku pojawienia się okresowego układu atomów w przestrzeni.

Wkrótce po tej propozycji przedstawiono ogólne dowody na to, ż e kryształów czasu nie da się zrealizować w zamkniętych wielociałowych układach kwantowych z oddziaływaniami krótkiego zasięgu [5,6]. Dyskusja na temat moż liwoś ci realizacji kryształu czasu jest nadal aktywna [7–13].

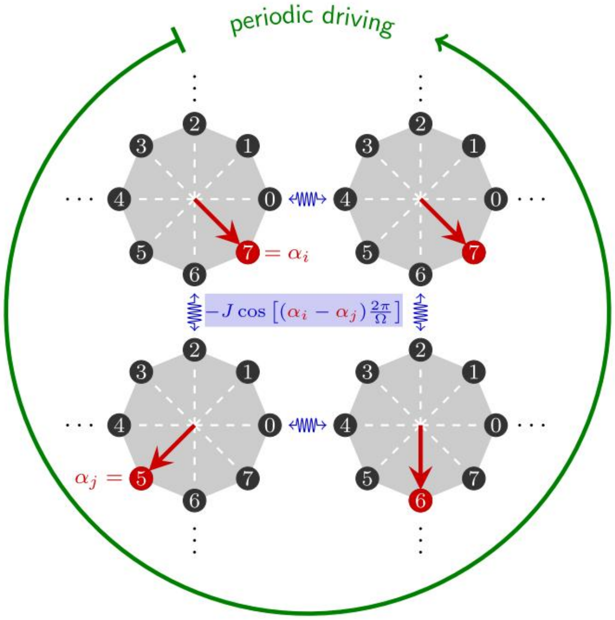
W porównaniu z początkową propozycją Shapere'a i Wilczka, inny rodzaj łamania symetrii translacji czasu ma miejsce w kryształach czasu dyskretnego (DTC) [14–18]. Są to nierównowagowe układy kwantowe z hamiltonianem czasowo-okresowym, dla których złamanie symetrii translacyjnej czasu objawia się występowaniem oscylacji subharmonicznych o okresie dłuż szym niż okres hamiltonianu. Te dyskretne kryształy czasu nie mają kontaktu z łaź nią cieplną dlatego nie rozpraszają energii. Zwykle opierają się na nieporządku i lokalizacji, aby uniknąć stacjonarnego stanu nieskończonej temperatury, który nie wspierałby krystalicznego porządku czasu [15,16,19]. Co ciekawe, DTC zostały zrealizowane w eksperymentach [20–25].

W przypadku takich DTC podłączenie układu do zewnętrznego zbiornika moż e zniszczyć fazę DTC [26]. Niemniej jednak systemy otwarte w kontakcie ze zbiornikiem zewnętrznym pozwalają na szerszy zakres mechanizmów, które nie opierają się na nieporządku i lokalizacji, ale prowadzą do fazy DTC [27–34]. W rzeczywistoś ci początek oscylacji subharmonicznych w dynamice układów w warunkach okresowej jazdy jest znane od dłuż szego czasu [35]. Jednakż e iloś ć energii rozproszonej przez DTC jako system otwarty nie została jeszcze oceniona.

W tym Liś cie przedstawiamy spójny termodynamicznie model klasycznego stochastycznego wielociałowego DTC w kontakcie z łaź nią cieplną Nasz model mieś ci się w teoretycznych ramach termodynamiki stochastycznej [36–38]. W konsekwencji moż emy ocenić tempo wytwarzania entropii, które okreś la iloś ciowo iloś ć energii rozpraszanej przez system. Pokazujemy, ż e ś redniątej wielkoś ci i jej wahań moż na wykorzystać do identyfikacji przejś cia do fazy DTC.

Mechanizm prowadzący do oscylacji subharmonicznych w naszym modelu róż ni się od dotychczas proponowanych DTC w układach otwartych. Rozważ amy układ wielociałowy, w którym każ da izolowana jednostka wykazuje skończoną liczbę spójnych oscylacji subharmonicznych, które po pewnym czasie zanikają pod wpływem szumu [39]. Wprowadzając interakcje pomiędzy tymi jednostkami pokazujemy, ż e dla siły oddziaływania powyż ej pewnej wartoś ci krytycznej liczba spójnych oscylacji subharmonicznych odbiega w granicy termodynamicznej, która jest sygnaturą fazy DTC.

Wersja naszego modelu dla pola ś redniego wykazuje zjawisko, które nazywamy synchronizacją podharmoniczną Synchronizacja standardowa jest podstawowym zjawiskiem w fizyce, w wyniku którego sprzęż one oscylatory wykazują oscylacje kolektywne [40]. W przypadku obserwowanej tutaj synchronizacji podharmonicznej, oscylatory napędzane okresowo wykazują zbiorowe oscylacje podharmoniczne. Niedawno w Ref. zaproponowano model deterministyczny, który wyś wietla synchronizację podharmoniczną [41]; nasz model odpowiada pierwszemu modelowi stochastycznemu z szumem termicznym, który wykazuje synchronizację subharmoniczną



FIGA. 1. Szkic modelu 2D. Zegary z oś mioma stanami reprezentują jednostki w naszym modelu. Są sterowane przez zewnętrzny protokół okresowy, który prowadzi do oscylacji subharmonicznych. Jednostki oddział ują z najbliż szymi są siadami, co moż e prowadzić do fazy DTC, w której liczba podharmonicznych spójnych oscylacji odbiega od granicy termodynamicznej.

Zaskakujący wynik uzyskano w wersji 2D modelu. Nie pokazuje synchronizacji podharmonicznej, podobnie jak powiązane modele synchronizacji standardowej, które nie wyś wietlają synchronizacji w 2D [42,43]. Pokazujemy jednak, ż e model 2D nadal wykazuje fazę DTC, charakteryzującą się liczbą spójnych oscylacji subharmonicznych, które rosną jako prawo potęgowe wraz z rozmiarem systemu. Wynik ten ma szersze implikacje dla synchronizacji poza kodami DTC, ponieważ pokazuje, ż e pojawienie się spójnych oscylacji jest moż liwe nawet przy braku synchronizacji.

Każ da jednostka naszego modelu, co pokazano na rys. 1, to zegar o stanach Ω 3 oznaczonych jako α ¼0; 1; ...; Ω - 1. Dla pojedynczej jednostki szybkoś ć przejś cia ze stanu α do α þ1 wynosi

wþα ðtÞ ¼keEαðtÞ Bαðtþ ; ð1Þ

podczas gdy szybkoś ć przejś cia ze stanu α do α - 1 wynosi

w-α ðtÞ ¼keEαðtÞ Bα 1ðtÞ ; ð2Þ

gdzie parametr k ustawia skalę czasu. Energia czasowo-okresowa stanu α to EαðtÞ, czasowo-okresowa bariera energetyczna pomiędzy stanami α i ðα þ1Þ modΩ to BαðtÞ. Stał a Boltzmanna kB i temperatura T są przez cał y czas ustawione na kB ¼T ¼1. Dla t ½0; τ, gdzie τ to okres, energia i bariery energetyczne są okreś lone przez

EαðtÞ¼½lnðcÞ=Ω½ðα þbΩt=τc 1Þ modΩ ð3Þ

I

BαðtÞ¼½lnðcÞ=Ω½Ω 1 þ ðα þ bΩt=τcÞmodΩ; ð4Þ

gdzie c jest stał ą dodatnią

Model dla pojedynczej jednostki analizowano w pracy [39]. W okreś lonej granicy, gdzie róż nice energii i bariery energetyczne się rozchodzą pojedyncza jednostka dział a jak zegar, który wyś wietla nieokreś lone oscylacje subharmoniczne z okresem ðΩ - 1Þτ. Dla skończonych wartoś ci szybkoś ci przejś cia fluktuacje termiczne niszczą spójnoś ć oscylacji subharmonicznych; tj. dwupunktowe funkcje korelacji w czasie wykazują oscylacje podharmoniczne, które zanikają wykł adniczo [39].

W obecnym modelu poszczególne jednostki, które wykazywał yby skończoną liczbę spójnych oscylacji, gdyby był y same, oddział ują na siebie. Niezależ na od czasu energia interakcji tego ukł adu wielu ciał z N takimi jednostkami wynosi

Vα ¼ JX N ja¼1 X J cos½2πðαi αjÞ=Ω=2; ð5Þ

gdzie wektor α ¼ðα1; α2; ...; αNÞ reprezentuje stan ukł adu wielu ciał . W przypadku wariantu pola ś redniego suma w j obejmuje wszystkie jednostki od j ¼1 do j ¼N i J ¼J=N. W przypadku wariantu 2D suma w j wynosi ponad czterech najbliż szych są siadów, J ¼J, i rozważ amy okresowe warunki brzegowe. Peł nookresowy Hamiltonian modelu to

X N ja¼1 Eαi ðtÞ þVα ; ð6Þ

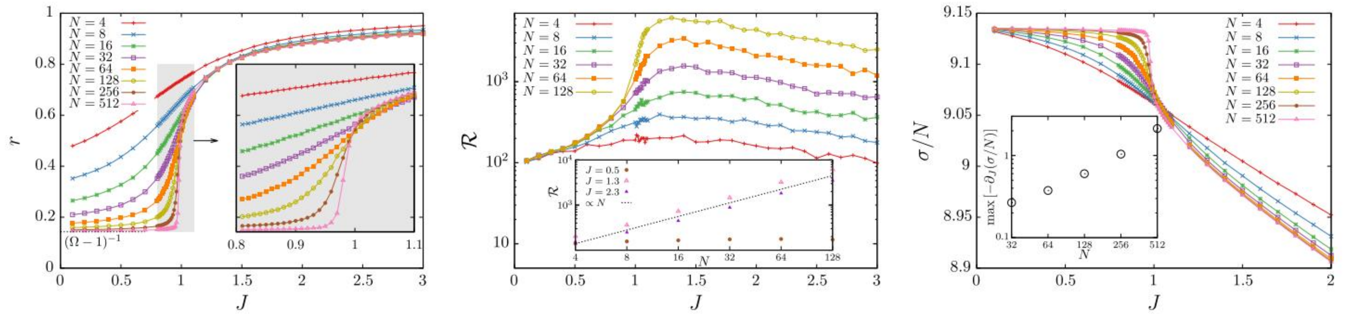
gdzie Eαi ðtÞ jest dane przez równanie. (3).

Przeprowadziliś my ciągł e symulacje Monte Carlo tego modelu przy uż yciu algorytmu Gillespiego [44]. Szczegół ową definicję modelu z konkretnym wyborem współ czynników przejś ciowych, z których korzystaliś my, moż na znaleź ć w ref. [45]. Parametry modelu ustalono na k ¼40, c ¼104 , a okres τ ¼1. Liczba stanów każ dej jednostki wynosi Ω ¼8. Podstawowym zjawiskiem, które badamy, jest to, czy dla sił y oddział ywania J powyż ej pewnej wartoś ci krytycznej oscylacje subharmoniczne stają się spójne w granicy termodynamicznej, co jest oznaką początku fazy DTC. Zmiana ustalonych parametrów prowadzi do wyników, które są iloś ciowo róż ne, ale mają te same cechy fizyczne omówione poniż ej.

Poniż sze obserwacje charakteryzują ten system. Po pierwsze, parametr kolejnoś ci synchronizacji róż nych zegarów brzmi [40]

rðtÞ N 1 X N ja¼1 e2πiαiðtÞ=Ω ; ð7Þ

gdzie αiðtÞ jest stanem jednostki i w chwili t. Ponieważ interesują nas oscylacje subharmoniczne, rozważ amy:



(A) (B) (C)

FIGA. 2. Obserwowalne dla wariantu pola średniego w funkcji siły oddziaływania J. (a) Parametr porządku r wskazuje początek synchronizacji podharmonicznej powyżej punktu krytycznego. (b) Liczba spójnych oscylacji R rozbiega się w granicy termodynamicznej poniżej punktu krytycznego. (c) Stopień produkcji entropii na jednostkę σ=N; jego pierwsza pochodna odbiega od wartości krytycznej w granicy termodynamicznej, jak pokazano na wstawce.

czas stroboskopowy n, gdzie $r_n \equiv r(n\tau)$. Wielkość r_n jako funkcja n osiąga wartość stacjonarną oznaczoną przez r. Jeśli zegary nie są zsynchronizowane, wówczas r zbliża się do $(\Omega-1)^{-1}$, a nie do 0, co jest związane z faktem, że tylko stany $(\Omega-1)$ stanów Ω wchodzą w skład oscylacji podharmonicznych [45]. Jeżeli zegary podharmoniczne synchronizują się, to $r > (\Omega-1)^{-1}$.

Po drugie, liczbę spójnych oscylacji określa się ilościowo za pomocą funkcji korelacji $C(t)$, która jest gęstością zegarów w stanie $\alpha_i = 0$ w chwili t, przy założeniu, że w chwili 0 wszystkie zegary $i = 1, 2, \ldots, N$ są w stanie $\alpha_i = 0$. Wielkość stroboskopowa $C_n = C(n\tau)$ ma oscylacje, które zanikają wykładniczo w n. Okres oscylacji i czas zaniku zapisuje się odpowiednio jako n_{osc} i n_{dec}. Liczbę spójnych oscylacji subharmonicznych definiuje się jako

$$\mathcal{R} \equiv 2\pi n_{dec}/n_{osc}. \tag{8}$$

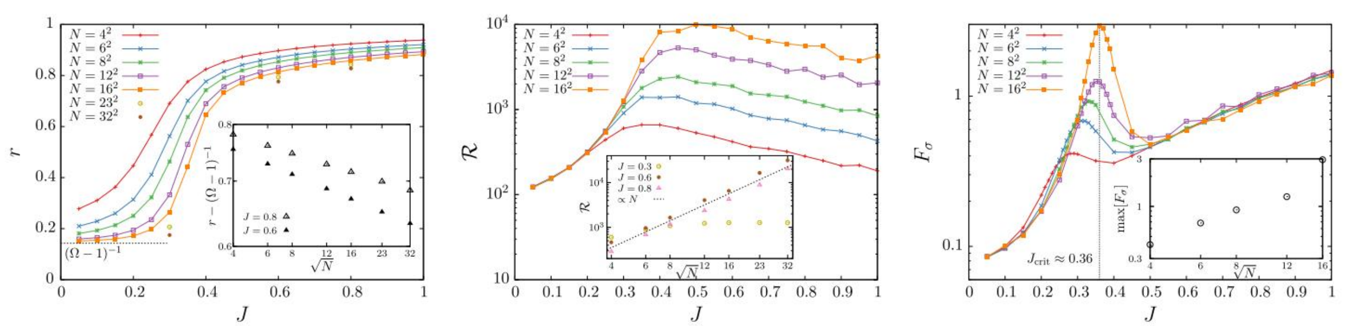
Współczynnik 2π w tej definicji związany jest z faktem, że R można zdefiniować jako stosunek części urojonej i rzeczywistej wartości własnej macierzy podstawowej [39].

Po trzecie, ilość rozproszonej energii jest określana ilościowo na podstawie termodynamicznego tempa wytwarzania entropii [36]. To obserwowalne ilościowo określa koszt energetyczny DTC; to jest szybkość pracy wywieranej na układ w wyniku okresowej jazdy. Dla trajektorii stochastycznej z całkowitym czasem T i M skoków, zmiana $\alpha(1) \to \alpha(2) \to \ldots \to \alpha(M)$ wynosi , entropia

$$X_\sigma \equiv \sum_{m=1}^{M} \ln\left(w_{\alpha(m)\alpha(m+1)}/w_{\alpha(m+1)\alpha(m)}\right); \tag{9}$$

gdzie $w_{\alpha(m)\alpha(m+1)}$ jest szybkością przejścia ze stanu $\alpha(m)$ do stanu $\alpha(m+1)$. Średnie tempo wytwarzania entropii wynosi $\sigma \equiv \langle X_\sigma \rangle / T$, gdzie nawiasy oznaczają średnią po trajektoriach stochastycznych. Wahania produkcji entropii są określane ilościowo za pomocą współczynnika Fano, $F_\sigma \equiv (\langle X_\sigma^2 \rangle - \langle X_\sigma \rangle^2)/\langle X_\sigma \rangle$. Obie wielkości, σ i F_σ, są formalnie określone w granicy $T \to \infty$.

Najpierw przeanalizujemy model pola średniego. Wyniki dla parametru rzędu r pokazano na rys. 2(a). Wskazują że $r > (\Omega-1)^{-1}$ dla $J > J_c \approx 0{,}975$ w granicy termodynamicznej. Ten model pola średniego przedstawia nowatorskie zjawisko synchronizacji podharmonicznej. Różni się od pokrewnych modeli standardową synchronizacją bez napędu okresowego [42,43,46]. W tych modelach każda jednostka jest obciążonym błądzeniem losowym po okręgu ze stanami Ω. Odchylenie jest generowane przez a



(A) (B) (C)

FIGA. 3. Obserwowalne dla wariantu 2D w funkcji siły oddziaływania J. (a) Parametr porządku r, który w granicy termodynamicznej dąży do zera dla wszystkich J. (b) Liczba spójnych oscylacji R rośnie wraz z prawem potęgowym. (c) Współczynnik Fano Fσ rośnie wraz z rozmiarem systemu.

stał a sił a termodynamiczna, taka jak energia swobodna hydrolizy trifosforanu adenozyny. Natomiast w naszym modelu każ da jednostka jest zegarem napędzanym okresowo i wyś wietlającym hał aś liwe oscylacje subharmoniczne.

Skalowanie liczby spójnych oscylacji R wraz z rozmiarem ukł adu N pokazano na rys. 2 (b). Poniż ej punktu krytycznego R ulega nasyceniu. Dlatego oscylacje podharmoniczne nie trwają w nieskończonoś ć w granicy termodynamicznej, ale zanikają po pewnym okresie przejś ciowym. Powyż ej punktu krytycznego R odbiega od rozmiaru systemu jako prawa potęgowego, z wykł adnikiem zgodnym z 1. Dla J Jc oscylacje podharmoniczne stają się zatem nieokreś lone w granicy N , co odpowiada fazie DTC. Na rys. 2(b) moż na takż e zaobserwować, ż e R staje się mniejsze dla duż ych wartoś ci sił y oddział ywania J. Wynik ten moż na wytł umaczyć obserwacją ż e w granicy J nieskończenie większej od zależ nej od czasu częś ci energii, mielibyś my standardowy model równowagi bez oscylacji subharmonicznych.

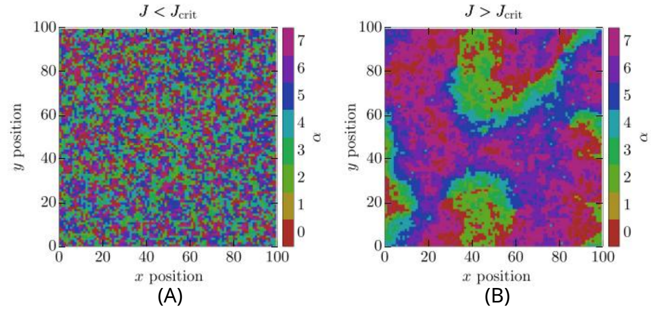
Ponieważ nasz model DTC jest spójny termodynamicznie, moż emy ocenić, ile energii rozprasza ten DTC, korzystając z równania. (9). Na rys. 2(c) pokazujemy tempo wytwarzania entropii na jednostkę σ=N jako funkcję sił y oddział ywania J dla róż nych wartoś ci N. Maksimum pierwszej pochodnej σ=N względem J jako funkcja N wydaje się być zgodna z prawem potęgowym, które wskazuje, ż e pochodna ta jest rozbież na w granicy N .

Mając do dyspozycji wartoś ci N, które był y dostępne w naszych symulacjach, nie byliś my w stanie wiarygodnie okreś lić wykł adnika. Nasz wynik wskazuje, ż e w granicy termodynamicznej występuje nieciągł oś ć w tempie wytwarzania entropii na jednostkę, σ=N.

Dla modelu 2D otrzymujemy wyniki jakoś ciowo odmienne od wyników dla modelu pola ś redniego. Jak pokazano na rys. 3(a), nawet dla obszarów, w których parametr porządku r wydaje się być większy niż ðΩ 1Þ 1 w systemie skończonym, r ðΩ 1Þ 1 rozpada się do zera jako prawo potęgowe wraz z rozmiarem systemu . Zatem w modelu 2D nie ma synchronizacji podharmonicznej, gdzie r ðΩ 1Þ 1 dla dowolnej wartoś ci J w granicy termodynamicznej.

Co ciekawe, mimo ż e model 2D nie wykazuje synchronizacji podharmonicznej, nadal wyś wietla fazę DTC. Dla wystarczająco duż ego J liczba spójnych oscylacji roś nie jako prawo potęgowe wraz z rozmiarem systemu, jak pokazano na ryc. 3 (b). Podobnie do wersji pola ś redniego, wykł adnik wynosi w przybliż eniu 1, niezależ nie od wartoś ci J.

Jeś li chodzi o szybkoś ć wytwarzania entropii w modelu 2D, nie moż emy zidentyfikować w naszych danych liczbowych ż adnego nieanalitycznego zachowania σ=N lub jego pierwszej pochodnej w punkcie krytycznym [45]. Nie moż na wykluczyć nieanalitycznego zachowania instrumentów pochodnych wyż szego rzędu. Jednakż e moż emy zaobserwować oznakę przejś cia fazowego w wahaniach wytwarzania entropii, co okreś la się iloś ciowo za pomocą współ czynnika Fano Fσ. Jak pokazano na ryc. 3 (c), maksimum Fσ roś nie wraz z rozmiarem systemu, co wskazuje, ż e współ czynnik Fano moż e się róż nić w moż liwym punkcie krytycznym granicy termodynamicznej. Nie mogliś my ustalić ani



FIGA. 4. Porządek dalekiego zasięgu w modelu 2D. Osie reprezentują współ rzędne przestrzenne siatki 2D. Migawka (a) odpowiada modelowi poniż ej punktu krytycznego, a migawka (b) odpowiada fazie DTC powyż ej punktu krytycznego. Kolory to N ¼1002, stan jednostki αi reprezentują liczbę 7. Parametry ¼0; 1; ...; J ¼0,2 dla (a) i J ¼0,8 dla (b). Zdjęcia te wykonano dla czasu stroboskopowego n ¼1000.

wykł adnik powiązany z tą rozbież noś cią w sposób wiarygodny ani punkt krytyczny w przypadku naszych liczb. Dodatkowo, w modelach oscylacji biochemicznych zaobserwowano rozbież noś ć tego czynnika Fano w stanie krytycznym [47].

Dalsze dowody moż liwego przejś cia fazowego w modelu 2D pokazano na ryc. 4, który zawiera migawki stanu systemu. To zdjęcie pokazuje, ż e powyż ej punktu krytycznego panuje porządek dalekiego zasięgu z utworzeniem wysp o okreś lonej orientacji. Wynik ten jest podobny do obserwacji zjawiska „typu Kosterlitza-Thoulessa" w modelu 2D oddział ujących hał aś liwych oscylatorów (bez okresowego sterowania) [42,43]. Stąd nasz model 2D DTC to ukł ad wielociał owy o wymiarach przestrzennych i interakcjach krótkiego zasięgu, który wykazuje porządek dalekiego zasięgu, który jest kluczową cechą DTC (patrz np. Ref. [27]).

Podsumowując, wprowadziliś my model paradygmatyczny stochastycznego ukł adu wielociał owego w kontakcie z ł aź nią cieplną który wyś wietla fazę DTC. W wersji pola ś redniego stwierdzono zjawisko synchronizacji subharmonicznej, w wyniku której oscylatory napędzane okresowo wykazują zsynchronizowane oscylacje subharmoniczne.

W przypadku wariantu 2D nie ma synchronizacji. Istnieje jednak bogata fenomenologia z fazą DTC, która charakteryzuje się zachowaniem potęgowym liczby spójnych oscylacji subharmonicznych. Pojawienie się nieokreś lonych spójnych oscylacji moż e być moż liwe nawet przy braku synchronizacji. Wynik ten wykracza poza DTC i jest potencjalnie istotny dla synchronizacji i oscylacji biochemicznych. W tym konteką cie przyszł e prace powinny zbadać rolę nieporządku w okresie napędu i w krajobrazie energetycznym poszczególnych jednostek.

Jako pierwszy krok w stronę termodynamiki DTC obliczyliś my wytwarzanie entropii i pokazaliś my, w jaki sposób moż na ją wykorzystać wraz z powiązanym współ czynnikiem Fano jako wskaź niki przejś cia do fazy DTC. O ile pierwotną koncepcję kryształ ów czasu moż na powiązać z wiecznym ruchem, o tyle w ukł adzie otwartym ze spójnym drugim prawem, takim jak analizowane tutaj, moż na wykluczyć takie zjawisko.

Nasze wyniki dająmiędzy innymi moż liwoś ć zbudowania konkretnego modelu teoretycznego subharmonicznego silnika cieplnego, który ł amie symetrię translacji czasu. Interesujące był oby zbadanie, czy moc i sprawnoś ć takiego silnika cieplnego sąograniczone zależ noś ciami, które stwierdzono dla silników cieplnych cyklicznych i stacjonarnych [48–51].

[1] K. Sacha i J. Zakrzewski, Rep. Prog. Fiz. 81, 016401 (2018).

[2] V. Khemani, R. Moessner i SL Sondhi, arXiv: 1910.10745.

[3] F. Wilczek, Ph. Wielebny Lett. 109, 160401 (2012).

[4] A. Shapere i F. Wilczek, Phys. Wielebny Lett. 109, 160402 (2012).

[5] P. Bruno, fiz. Wielebny Lett. 111, 070402 (2013).

[6] H. Watanabe i M. Oshikawa, Phys. Wielebny Lett. 114, 251603 (2015).

[7] VK Kozin i O. Kyriienko, Phys. Wielebny Lett. 123, 210602 (2019).

[8] V. Khemani, R. Moessner i SL Sondhi, arXiv:2001 .11037.

[9] VK Kozin i O. Kyriienko, arXiv:2005.06321.

[10] P. Öhberg i EM Wright, Phys. Wielebny Lett. 123, 250402 (2019).

[11] A. Syrwid, A. Kosior i K. Sacha, Phys. Wielebny Lett. 124, 178901 (2020).

[12] P. Öhberg i EM Wright, Phys. Wielebny Lett. 124, 178902 (2020).

[13] A. Syrwid, A. Kosior i K. Sacha, Phys. Rev. Research 2, 032038 (2020).

[14] K. Sacha, fiz. Rev. A 91, 033617 (2015).

[15] V. Khemani, A. Lazarides, R. Moessner i SL Sondhi, Phys. Wielebny Lett. 116, 250401 (2016).

[16] DV Else, B. Bauer i C. Nayak, Phys. Wielebny Lett. 117, 090402 (2016).

[17] A. Pizzi, J. Knolle i A. Nunnenkamp, Phys. Wielebny Lett. 123, 150601 (2019).

[18] FM Surace, A. Russomanno, M. Dalmonte, A. Silva, R. Fazio i F. Iemini, Phys. Rev. B 99, 104303 (2019).

[19] R. Moessner i S. Sondhi, Nat. Fiz. 13, 424 (2017).

[20] J. Zhang, P. Hess, A. Kyprianidis, P. Becker, A. Lee, J. Smith, G. Pagano, I.-D. Potirniche, AC Potter, A. Vishwanath i in., Nature (London) 543, 217 (2017).

[21] S. Choi, J. Choi, R. Landig, G. Kucsko, H. Zhou, J. Isoya, F. Jelezko, S. Onoda, H. Sumiya, V. Khemani i in., Nature (London) 543, 221 (2017).

[22] S. Pal, N. Nishad, TS Mahesh i GJ Sreejith, Phys. Wielebny Lett. 120, 180602 (2018).

[23] J. Rovny, RL Blum i SE Barrett, Phys. Wielebny Lett. 120, 180603 (2018).

[24] J. Smits, L. Liao, HTC Stoof i P. van der Straten, Phys. Wielebny Lett. 121, 185301 (2018).

[25] K. Giergiel, A. Kosior, P. Hannaford i K. Sacha, Phys. Rev. A 98, 013613 (2018).

[26] A. Lazarides i R. Moessner, Phys. Rev. B 95, 195135 (2017).

[27] NY Yao, C. Nayak, L. Balents i MP Zaletel, Nat. Fiz. 16, 438 (2020).

[28] Z. Gong, R. Hamazaki i M. Ueda, Phys. Wielebny Lett. 120, 040404 (2018).

[29] RRW Wang, B. Xing, GG Carlo i D. Poletti, Phys. Rev. E 97, 020202(R) (2018).

[30] FM Gambetta, F. Carollo, M. Marcuzzi, JP Garrahan i I. Lesanovsky, Phys. Wielebny Lett. 122, 015701 (2019).

[31] FM Gambetta, F. Carollo, A. Lazarides, I. Lesanovsky i JP Garrahan, Phys. Rev. E 100, 060105(R) (2019).

[32] TL Heugel, M. Oscity, A. Eichler, O. Zilberberg i R. Chitra, fiz. Wielebny Lett. 123, 124301 (2019).

[33] B. Buča, J. Tindall i D. Jaksch, Nat. komuna. 10, 1730 (2019).

[34] C. Booker, B. Buča i D. Jaksch, New J. Phys. 22, 085007 (2020).

[35] RE Goldstein, Phys. Dziś 71, nr 9, 32 (2018).

[36] U. Seifert, Rep. Prog. Fiz. 75, 126001 (2012).

[37] C. Jarzyński, Annu. Ks. Condens. Materia Fiz. 2, 329 (2011).

[38] CV den Broeck i M. Esposito, Physica (Amsterdam) 418A, 6 (2015).

[39] L. Oberreiter, U. Seifert i AC Barato, Phys. Rev. E 100, 012135 (2019).

[40] S. Gupta, A. Campa i S. Ruffo, Statistical Physics of Synchronization (Springer, Nowy Jork, 2018).

[41] R. Khasseh, R. Fazio, S. Ruffo i A. Russomanno, Phys. Wielebny Lett. 123, 184301 (2019).

[42] K. Wood, C. Van den Broeck, R. Kawai i K. Lindenberg, Phys. Wielebny Lett. 96, 145701 (2006).

[43] K. Wood, C. Van den Broeck, R. Kawai i K. Lindenberg, Fiz. Rev. E 74, 031113 (2006).

[44] DT Gillespie, J. Phys. Chem. 81, 2340 (1977).

[45] Patrz materiał y dodatkowe pod adresem http://link.aps.org/supplemental/ 10.1103/PhysRevLett.126.020603 w celu uzyskania szczegół owej definicji modelu i danych dotyczących szybkoś ci wytwarzania entropii dla modelu 2D.

[46] T. Herpich, J. Thingna i M. Esposito, Phys. Rev. X 8, 031056 (2018).

[47] B. Nguyen, U. Seifert i AC Barato, J. Chem. Fiz. 149, 045101 (2018).

[48] M. Esposito, K. Lindenberg i C. Van den Broeck, Phys. Wielebny Lett. 102, 130602 (2009).

[49] N. Shiraishi, K. Saito i H. Tasaki, Phys. Wielebny Lett. 117, 190601 (2016).

[50] P. Pietzonka i U. Seifert, Phys. Wielebny Lett. 120, 190602 (2018).

[51] T. Koyuk i U. Seifert, Phys. Wielebny Lett. 122, 230601 (2019).